複素数

複素数

$z = x + iy$, $z^* = x - iy$ $\quad (\bar{z} = x - iy)$

$\mathrm{Re}\, z = x = \dfrac{z + z^*}{2}$, $\mathrm{Im}\, z = y = \dfrac{z - z^*}{2i}$

$(z_a \pm z_b)^* = z_a{}^* \pm z_b{}^*$, $(z_a z_b)^* = z_a{}^* z_b{}^*$, $(\dfrac{z_a}{z_b})^* = \dfrac{z_a{}^*}{z_b{}^*}$

$|z| = \sqrt{zz^*} = \sqrt{x^2 + y^2}$ （zの絶対値）

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ $\quad (|z| = r, \arg z = \theta)$

$z_1 z_2 = r_1 r_2 \left\{\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)\right\}$

$\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}\left\{\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2)\right\} = z_1 z_2{}^*$

$\dfrac{w - \alpha}{z - \alpha} = re^{i\theta}$ （点 w は、点 z を α のまわりに θ だけ回転し、r倍に拡大したもの）

ド・モアブルの定理

nが整数のとき、$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

オイラーの公式

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

$e^{i\pi} = -1$ $\quad$ （オイラーの等式）

$\cos\theta = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$, $\sin\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{i\theta}$, $z^* = r(\cos\theta - i\sin\theta) = re^{-i\theta}$

$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$