微分積分（基礎）

数列の和の公式

$$\sum_{k=1}^{n} c = nc$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$\sum_{k=1}^{n} r^{k-1} = 1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$$

微分積分

導関数　$f'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t}$

和・積・商の微分

$$(f(t) + g(t))' = f'(t) + g'(t)$$

$$(cf(t))' = cf'(t)$$

$$(f(t)g(t))' = f'(t)g(t) + f(t)g'(t)$$

$$\left(\frac{f(t)}{g(t)}\right)' = \frac{f'(t)g(t) - f(t)g'(t)}{(g(t))^2}$$

合成関数の微分

$$(f(g(t)))' = f'(g(t))g'(t), \quad \frac{df}{dt} = \frac{df}{dg}\frac{dg}{dt}$$

接線と法線の方程式

$y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式　$y = f'(t)(x-t) + f(t)$

$y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における法線の方程式　$y = -\dfrac{1}{f'(t)}(x-t) + f(t)$

ロピタルの定理

$\dfrac{0}{0}$ の不定形において $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$

$\dfrac{\infty}{\infty}$ の不定形において $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$

微分積分（基礎）

積分の性質

$$\int (f(t)+g(t))\,dt = \int f(t)\,dt + \int g(t)\,dt$$

$$\int cf(t)\,dt = c\int f(t)\,dt$$

部分積分

$$\int f'(t)g(t)\,dt = f(t)g(t) - \int f(t)g'(t)\,dt$$

$$\int_a^b f'(t)g(t)\,dt = \left[f(t)g(t)\right]_a^b - \int_a^b f(t)g'(t)\,dt$$

置換積分

$t=g(u)$ のとき、 $\int f(t)\,dt = \int f\left(g(u)\right)g'(u)\,du = \int f\left(g(u)\right)\frac{dg}{du}\,du$

区分求積法

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x)dx$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\frac{k(b-a)}{n}\right) = \int_a^b f(x)dx$$

多項式の微分積分

$(x^n)' = nx^{n-1}$， $\int x^n dt = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

マクローリン展開・テーラー展開

$$f(x) = f(0) + \frac{f^{(1)}(0)}{1!}x + \frac{f^{(2)}(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots$$

$$f(x) = f(a) + \frac{f^{(1)}(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{(2)}(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f^{(3)}(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \cdots$$

べき級数展開

$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \cdots$　　　$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \cdots$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

$$\ln(x+1) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots$$