

フーリエ変換

**フーリエ級数・フーリエ変換

三角関数の直交性

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin m\theta \sin n\theta d\theta = \delta_{mn} \quad (m, n \text{ は整数})$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos m\theta \cos n\theta d\theta = \delta_{mn} \quad (m, n \text{ は整数})$$

(δ_{mn} : クロネッカーのデルタ、 $m = n$ のとき 1, $m \neq n$ のとき 0)

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin m\theta \cos n\theta d\theta = 0 \quad (m, n \text{ は整数})$$

フーリエ級数

$$f(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) \cos n\theta d\theta, \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) \sin n\theta d\theta$$

$$f(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\theta}, \quad c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) e^{-in\theta} d\theta$$

フーリエ変換

$$\mathfrak{F}[f(x)] = F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx \quad (\text{フーリエ変換})$$

$$\mathfrak{F}^{-1}[F(k)] = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikx} dk \quad (\text{フーリエ逆変換})$$

**畳み込み積分 (コンボリューション)

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau) d\tau$$

**ラプラス変換

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$