三角関数、指数関数

三角関数

正弦定理 $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}$

余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

加法定理

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$, $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$, $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$, $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

倍角の公式、半角の公式

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$，$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha$

$\sin3\alpha=3\sin\alpha\cos^2\alpha-\sin^3\alpha$，$\cos3\alpha=\cos^3\alpha-3\sin^2\alpha\cos\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

$\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1+\cos\alpha}{2}$，$\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}$

和積の公式

$\sin A+\sin B=2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$，$\sin A-\sin B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

$\cos A+\cos B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$，$\cos A-\cos B=-2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

三角関数の逆関数

$y=\sin^{-1}x=\arcsin x$, $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$，$y=\cos^{-1}x=\arccos x$, $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

三角関数の微分積分

$(\sin\theta)'=\cos\theta$，$(\cos\theta)'=-\sin\theta$，$(\tan\theta)'=\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta$

$\int\sin\theta d\theta=-\cos\theta+C$, $\int\cos\theta d\theta=\sin\theta+C$

三角関数の極限公式

$\lim_{\theta\to0}\dfrac{\sin\theta}{\theta}=1$

$\lim_{\theta\to0}\dfrac{\tan\theta}{\theta}=1 \quad (\sin\theta<\theta<\tan\theta)$

$$\lim_{\theta\to 0}\frac{1-\cos\theta}{\theta^2}=\frac{1}{2}$$

指数関数・対数関数

$e^{x+y}=e^x e^y$， $\exp(x+y)=\exp x\cdot\exp y$

$\log_e x=\log x=\ln x$

$\ln xy=\ln x+\ln y$

$\ln e=1$， $\ln 1=0$

$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ $(\log_c a\cdot\log_a b=\log_c b)$ （底の変換公式： $\log_a b=x$ とおくと、---）

ネイピア数 e の定義

$$\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h}=1 \qquad \left(f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{e^{h+0}-e^0}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{e^h e^0-e^0}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h}\right)$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\ln(1+h)}{h}=1$$

$$e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=\lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}$$

指数関数・対数関数の微分積分

$(e^x)'=e^x$

$$(e^x)'=\lim_{h\to 0}\frac{e^{x+h}-e^x}{h}=e^x\lim_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h}=e^x$$

$(a^x)'=a^x\cdot\ln a$

$\int e^x dx=e^x+C$

$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

$\left(\ln f(x)\right)'=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$

$\int\dfrac{dx}{x}=\ln|x|+C$

$\int\ln x dx=x\ln x-x+C$